

Úlohy ke kurzu *Logický proseminář*, část III

(13. března 2008)

III.1 Definujte rekurzivně funkci $BV(\varphi)$, která pro libovolnou formuli φ vrací množinu vázaných proměnných ve φ .

(2 body)

III.2 Dokažte pečlivě, že pro libovolnou formuli φ , libovolné konstanty a, b a libovolné dvě různé proměnné x a y platí

$$(\varphi_x(a))_y(b) = (\varphi_y(b))_x(a).$$

(4 body)

III.3 Vyvráťte či podrobně dokažte: predikátová formule ψ je důsledkem formule φ , právě když $\varphi \rightarrow \psi$ je logicky platná formule.

(2 body)

III.4 Vyvráťte či dokažte:

(a) $\models \varphi_x(t) \rightarrow \forall x\varphi$,

(b) $\models \exists x\varphi \rightarrow \varphi_x(t)$,

kde t je substituovatelný za x do φ .

(2 body)