

Úlohy ke kurzu *Logický proseminář*, část IV

(20. března 2008)

IV.1 Dokažte, že nahradíme-li ve formuli φ libovolnou podformuli formulí s ní ekvivalentní, pak je výsledná formule ekvivalentní s φ .

(2 body)

IV.2 Dokažte, že každá z následujících formulí je logicky platná:

- (a) $\forall x \forall y \varphi \equiv \forall y \forall x \varphi$,
- (b) $\exists x \exists y \varphi \equiv \exists y \exists x \varphi$,
- (c) $\forall x \forall y \varphi \rightarrow \forall x \varphi_y(x)$,
- (d) $\exists x \varphi_y(x) \rightarrow \exists x \exists y \varphi$,
- (e) $\forall x \varphi \wedge \forall x \psi \equiv \forall x (\varphi \wedge \psi)$,
- (f) $\exists x \varphi \vee \exists x \psi \equiv \exists x (\varphi \vee \psi)$,
- (g) $\exists x \forall y \varphi \rightarrow \forall y \exists x \varphi$,
- (h) $\forall x \varphi \rightarrow \exists x \psi \equiv \exists x (\varphi \rightarrow \psi)$,
- (i) $\exists x (\varphi \rightarrow \forall y \varphi_x(y))$,
- (j) $\forall x \varphi \rightarrow \exists x \varphi$.

(8 bodů)