

## Úlohy ke kurzu *Logický proseminář*, část V

(27. března 2008)

**V.1** Dokažte pečlivě, že ke každé formuli  $\varphi$  existuje ekvivalentní formule  $\varphi'$  v prenexní normální formě. Logickou platnost již dokázaných (na přednášce, semináři či v úkolech) formulí prokazovat nemusíte.

(4 body)

**V.2** Najděte k následujícím formulím ekvivalentní formule v prenexní normální formě:

- (a)  $\neg((\neg\forall xP(x) \vee \forall xQ(x)) \wedge (\exists xR(x) \rightarrow \forall xS(x)))$ ,
- (b)  $\forall xP(x) \equiv \exists xQ(x)$ ,
- (c)  $\neg(\exists xP(x, y) \wedge (\forall y(Q(y) \rightarrow P(x, x)) \rightarrow \exists x\forall yR(x, y)))$ ,
- (d)  $((\forall xP(x) \rightarrow \exists yQ(x, y)) \rightarrow Q(x, x)) \rightarrow \exists x\forall yR(x, y)$ .

(4 body)

**V.3** Rozhodněte, zda platí toto tvrzení: je-li  $\varphi$  formule jazyka  $L$  a formule  $\exists y\varphi$  je logicky platná, pak existuje term  $t$  jazyka  $L$  takový, že  $\varphi_y(t)$  je logicky platná.

Návod: uvažujte jazyk  $\{P, F\}$  a formuli  $\exists y(P(F(y)) \vee \neg P(y))$ .

(2 body)