Cvičení ke kurzu *Logický proseminář LS*, část III

(26. března 2009)

III.1 Převeďte následující formule na ekvivalentní v prenexní normální formě:

(a) $\neg\forall x P(x,y) \vee \forall x R(x,y)$,

(b) $\forall x (P(x) \to \neg\exists y R(x,y))$,

(c) $\neg\forall x \neg\forall y \neg\forall z P(x,y) \vee \neg\exists x \neg\exists y (\neg\exists z Q(x,y,z) \to R(x,y))$,

(d) $\exists x \forall y P(x,y) \wedge \forall y \exists x P(y,x)$,

(e) $\neg(\forall x P(x) \vee \exists y \neg Q(y)) \vee (\forall z P(z) \vee \exists w \neg Q(w))$,

(f) $\neg\forall x (P(x) \vee \exists y \neg Q(y)) \vee (\forall z P(z) \vee \exists w \neg Q(w))$.

III.2 Rozhodněte, zda platí toto tvrzení: je-li φ formule jazyka $\mathcal{L}$ a formule $\exists y \varphi$ je logicky platná, pak existují termy $t_1, \ldots, t_n$ jazyka $\mathcal{L}$ takové, že také formule $\varphi_y(t_1) \vee \ldots \vee \varphi_y(t_n)$ je logicky platná.

Návod: uvažuje formuli $\exists y (P(y) \to \forall v P(v))$.