Cvičení ke kurzu *Cvičení z logiky*, část IV

(25. března 2010)

IV.1 Navrhněte rozšíření bezzávorkového způsobu zápisu formulí, tzv. polské notace, na predikátovou logiku. Je potřeba k jednoznačnému chápání zápisu znát četnost jednotlivých funkcí a predikátů?

IV.2 Využijte znalosti o podstrukturách (Švejdar, str. 156, cv. 20) k důkazu, že formule $\forall x \exists y (x < y)$ není ekvivalentní s žádnou existenční či univerzální sentencí (sentence tvaru $\exists x_1 \ldots \exists x_n \varphi$ či $\forall x_1 \ldots \forall x_n \varphi$, kde φ je otevřená formule).

IV.3 Dokažte či vyvraťte, zda obecně platí

$$\varphi \equiv \psi \models \forall x \varphi \equiv \forall x \psi.$$

IV.4 Mějme teorii Γ, která má jazyk $\{\circ\}$ s jediným binárním predikátem a axiomy

A1: $\forall x \forall y \forall z (x \circ y \wedge y \circ z \rightarrow x \circ z)$,

A2: $\forall x \forall y (x \circ y \vee y \circ x)$.

Dokažte v HK, že platí:

(a) $\Gamma \vdash \forall x (x \circ x)$,

(b) $\Gamma \vdash \forall x \exists y (x \circ y \vee y \circ x)$,

(c) $\Gamma \vdash \forall x \forall y \forall z \forall w (x \circ y \wedge y \circ z \wedge z \circ w \rightarrow x \circ w)$.