

Cvičení ke kurzu *Cvičení z logiky*, část VI
(8. dubna 2010)

VI.1 Dokažte následující formule v kalkulu přirozené dedukce:

- (a) $\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \varphi)$,
- (b) $\varphi \vee \psi \rightarrow \psi \vee \varphi$,
- (c) $\neg(\varphi \wedge \neg\varphi)$,
- (d) $(\varphi \rightarrow \neg\varphi) \rightarrow \neg\varphi$.

VI.2 Dokažte následující formule v kalkulu přirozené dedukce:

- (a) $\neg\neg\varphi \rightarrow \varphi$,
- (b) $(\neg\psi \rightarrow \neg\varphi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \psi)$,
- (c) $\varphi \vee \neg\varphi$,
- (d) $((\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \varphi) \rightarrow \varphi$.

VI.3 Dokažte v kalkulu přirozené dedukce:

- (a) $\neg\varphi \vdash \varphi \rightarrow \psi$,
- (b) $\neg(\varphi \wedge \psi), \varphi \vdash \neg\psi$,
- (c) $\varphi \vee \psi, \neg\varphi \vdash \psi$,
- (d) $\varphi \wedge \psi \vdash \neg(\neg\varphi \vee \neg\psi)$.

VI.4 Dokažte následující formule v kalkulu přirozené dedukce:

- (a) $\forall x\forall y\varphi(x, y) \rightarrow \forall y\forall x\varphi(x, y)$,
- (b) $\forall x(\varphi(x) \wedge \psi(x)) \leftrightarrow (\forall x\varphi(x) \wedge \forall x\psi(x))$,
- (c) $\exists x\exists y\varphi(x, y) \rightarrow \exists y\exists x\varphi(x, y)$,
- (d) $\forall x\varphi(x) \leftrightarrow \neg\exists x\neg\varphi(x)$.