

## Cvičení ke kurzu *Cvičení z logiky*, část VIII

(22. dubna 2010)

**VIII.1** Pro libovolné pravidlo gentzenovského sekventového kalkulu platí, že zachovává dokazatelnost. Ukažte pro která pravidla by tato vlastnost platila také pokud bychom obrátili jejich směr. Takovým pravidlům říkáme invertibilní. Zkuste se zamyslet nad tím, zda by některá pravidla, která nejsou invertibilní nešlo změnit tak, aby se invertibilními stala a zároveň zůstala korektní.

**VIII.2** Navrhňte levé a pravé pravidlo pro spojku ekvivalence v gentzenovském sekventovém kalkulu.

**VIII.3** Dokažte v gentzenovském sekventovém kalkulu sekvent

$$\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \chi) \Rightarrow \psi \rightarrow (\varphi \rightarrow \chi).$$

Nyní dokažte sekvent

$$\psi \rightarrow (\chi \rightarrow \varphi), \varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \chi) \Rightarrow \psi \rightarrow (\varphi \equiv \chi)$$

s použitím a bez použití pravidla řezu.

**VIII.4** Dokažte, že jsou-li dvě struktury se společným jazykem  $\mathcal{L}$  izomorfní, pak jsou také elementárně ekvivalentní (splňují stejné sentence v  $\mathcal{L}$ ). Platí i druhá implikace a tedy ekvivalence?