

## Cvičení ke kurzu *Cvičení z logiky, část IX*

(29. dubna 2010)

**IX.1** Víme, že na konstanty se můžeme dívat jako na nulární funkční symboly. Toto tvrzení zdůvodněte a uvažujte jakou roli mohou hrát nulární predikátové symboly.

**IX.2** Následující formule dokažte v libovolném probíraném kalkulu

(a)  $\forall x(\varphi \rightarrow \psi) \equiv (\varphi \rightarrow \forall x\psi)$ , pokud  $x \notin FV(\varphi)$ ,

(b)  $(\forall x\varphi \rightarrow \exists x\psi) \equiv \exists x(\varphi \rightarrow \psi)$ ,

(c)  $(\exists x\varphi \rightarrow \forall x\psi) \rightarrow \forall x(\varphi \rightarrow \psi)$ .

**IX.3** Následující formuli dokažte v libovolném probíraném kalkulu

$$\neg\forall x\exists y(\neg P(x) \wedge P(y)).$$

**IX.4** Mějme dvě izomorfní struktury  $\mathcal{M}$  a  $\mathcal{O}$  v jazyce  $\mathcal{L}$ . Někter  $f : M \rightarrow O$  je příslušný izomorfismus, dokažte, že pak pro libovolnou formuli  $\varphi$  v  $\mathcal{L}$  a ohodnocení  $e$  v  $\mathcal{M}$  platí

$$\mathcal{M} \models \varphi[e], \text{ právě tehdy když } \mathcal{O} \models \varphi[f \circ e].$$