

Cvičení ke kurzu *Cvičení z logiky*, část I

(8. října 2009)

I.1 Určete, které z následujících výrokových formulí jsou tautologie, když symbol \equiv značí spojku ekvivalence:

- | | |
|---|---|
| (a) $((p \rightarrow q) \rightarrow q) \rightarrow q$, | (i) $(p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r))$, |
| (b) $\neg p \rightarrow \neg(p \vee q)$, | (j) $(p \rightarrow q) \wedge q \rightarrow p$, |
| (c) $\neg p \rightarrow \neg(p \wedge q)$, | (k) $\neg p \rightarrow (p \wedge q)$, |
| (d) $p \rightarrow p \wedge (p \vee q)$, | (l) $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$, |
| (e) $p \rightarrow p \vee (p \wedge q)$, | (m) $((\neg p \equiv q) \wedge r) \equiv (q \rightarrow (\neg r \vee s))$, |
| (f) $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$, | (n) $(p_1 \rightarrow (p_2 \rightarrow (p_3 \rightarrow \dots \rightarrow (p_{n-1} \rightarrow p_n) \dots)))$. |
| (g) $\neg p \rightarrow \neg(p \vee (p \wedge q))$, | |
| (h) $(p \rightarrow (q \vee r)) \rightarrow (q \vee (p \rightarrow r))$, | |

I.2 Mějme libovolnou formuli φ a libovolná pravdivostní ohodnocení u a v , pro která platí, že přiřazují všem výrokovým atomům vyskytujícím se ve φ stejnou pravdivostní hodnotu, tedy pro libovolný výrokový atom p_i vyskytující se ve φ platí $u(p_i) = v(p_i)$. Pak platí $u(\varphi) = v(\varphi)$. Dokažte.

I.3 Předpokládejme libovolnou formuli φ a funkce $\text{delka}(\varphi)$ a $\text{zavorky}(\varphi)$ označující délku formule (ve smyslu počtu symbolů) respektive počet závorek ve formuli. Určete minimální a maximální hodnoty výrazu

$$\frac{\text{zavorky}(\varphi)}{\text{delka}(\varphi)}.$$