## Cvičení ke kurzu *Cvičení z logiky*, část II

**(22. října 2009)**

**II.1** Víme-li, že formule $\varphi \equiv \psi$ má pravdivostní hodnotu nepravda, co můžeme vyvodit o pravdivostní hodnotě následujících formulí?

(a) $\varphi \wedge \psi$,

(b) $\varphi \vee \psi$,

(c) $\varphi \rightarrow \psi$,

(d) $\varphi \wedge \chi \equiv \psi \wedge \chi$.

**II.2** Zjednodušte následující formule (najděte jednodušší ekvivalentní výroky).

(a) $(\varphi \rightarrow \psi) \wedge \varphi$,

(b) $(\varphi \rightarrow \psi) \vee \neg\varphi$,

(c) $(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \psi$,

(d) $\varphi \rightarrow (\varphi \wedge \psi)$,

(e) $(\varphi \wedge \psi) \vee \varphi$,

(f) $(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \varphi$.

**II.3** Mějme libovolnou formuli $\varphi$, nechť $\overline{\varphi}$ je výsledkem nahrazení každého výskytu výrokového atomu ve $\varphi$ jeho negací. Každou podformuli tvaru $p$ ve $\varphi$ tedy nahradíme formulí $\neg p$. Dokažte, že je-li $\varphi$ tautologie, pak je i $\overline{\varphi}$ tautologie.

**II.4** Nechť pro libovolnou formuli $\varphi$ funkce $\mathsf{podfle}(\varphi)$ vrací počet podformulí formule $\varphi$ a funkce $\mathsf{spojky}(\varphi)$ vrací počet logických spojek vyskytujících se ve formuli $\varphi$. Definujte rekurzívně funkce $\mathsf{podfle}$ a $\mathsf{spojky}$ a dokažte, že pro libovolnou formuli $\varphi$ platí $\mathsf{podfle}(\varphi) \leq 2 \cdot \mathsf{spojky}(\varphi) + 1$.