Cvičení ke kurzu *Cvičení z logiky*, část III

(29. října 2009)

III.1 Ověřte, které z následujích formulí jsou tautologickým důsledkem (vyplývají) z teorie $T = \{(p \to q) \land r, q \land r, r \to s\}$:

(a) $q \to (\neg p \land s)$,

(b) $p \to s$,

(c) $s \to t$,

(d) $(\neg s \to r) \land \neg q$,

(e) $q \land r$,

(f) p,

(g) $((p \to q) \to p) \to p$,

(h) $(\neg p \to (q \lor \neg r)) \lor s$.

III.2 Zdůvodněte, zda ve výrokové logice obecně platí následující tvrzení:

(a) když $\Gamma \models \varphi$ a $\Gamma \models \psi$, pak $\Gamma \models \varphi \land \psi$,

(b) když $\Gamma \models \varphi \land \psi$, pak $\Gamma \models \varphi$ a $\Gamma \models \psi$,

(c) když $\Gamma \models \varphi$ nebo $\Gamma \models \psi$, pak $\Gamma \models \varphi \lor \psi$,

(d) když $\Gamma \models \varphi \lor \psi$, pak $\Gamma \models \varphi$ nebo $\Gamma \models \psi$,

III.3 Dokažte, že jsou následující formule spolu ekvivalentní:

$\varphi \land (\psi \land \chi)$	$(\varphi \land \psi) \land \chi$	asociativita konjunkce,
$\varphi \lor (\psi \lor \chi)$	$(\varphi \lor \psi) \lor \chi$	asociativita disjunkce,
$\varphi \lor (\psi \land \chi)$	$(\varphi \lor \psi) \land (\varphi \lor \chi)$	distributivita $\lor$ vůči $\land$,
$\varphi \land (\psi \lor \chi)$	$(\varphi \land \psi) \lor (\varphi \land \chi)$	distributivita $\land$ vůči $\lor$,
$\varphi \to \psi$	$\neg\psi \to \neg\varphi$	kontrapozice,
$\neg(\varphi \land \psi)$	$\neg\varphi \lor \neg\psi$	de Morgan,
$\neg(\varphi \lor \psi)$	$\neg\varphi \land \neg\psi$	de Morgan,
$\varphi \land \varphi$	φ	idempotence konjunkce,
$\varphi \lor \varphi$	φ	idempotence disjunkce,
$\neg\neg\varphi$	φ	zákon dvojité negace.